leading health tourism destination. In conclusion, this study demonstrates the potential of AI to transform health tourism by creating tailored wellness itineraries that respect both health needs and cultural contexts. By addressing data and privacy challenges, the system can be scaled to enhance Uzbekistan's wellness tourism ecosystem, contributing to global efforts for intelligent and equitable healthcare solutions.

References

1. Abadi, M., et al. (2016). Deep learning with differential privacy. *Proceedings of the 2016 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security*, 308–318.
2. Abdullaev, M., & Ivanov, S. (2023). Health tourism potential in Uzbekistan: Opportunities and challenges. *Central Asian Journal of Tourism*, 2(1), 45–59.
3. Buhalis, D., & Amaranggana, A. (2015). Smart tourism destinations: Enhancing tourism experience through personalisation. *Journal of Travel Research*, 54(5), 627–641.
4. Chen, L., & Huang, T. (2008). A collaborative filtering recommendation system for tourism. *International Journal of Tourism Research*, 10(4), 321–333.
5. Gavalas, D., et al. (2014). Mobile recommender systems in tourism. *Journal of Network and Computer Applications*, 39, 319–333.
6. Holzinger, A., et al. (2017). What do we need to build explainable AI systems for healthcare? *Artificial Intelligence in Medicine*, 81, 28–36.
7. Hosmer, D. W., & Lemeshow, S. (2000). *Applied Logistic Regression*. Wiley.
8. Kim, J., et al. (2020). Clustering-based personalization for wellness programs: A machine learning approach. *Journal of Medical Systems*, 44(5), 92.
9. Lee, C., et al. (2019). AI-driven personalization in cultural tourism: A case study in Asia. *Tourism Management Perspectives*, 31, 256–265.
10. Li, T., et al. (2021). Federated learning for privacy-preserving healthcare analytics. *IEEE Transactions on Big Data*, 7(4), 789–799.
11. Rajkomar, A., et al. (2018). Scalable and accurate deep learning with electronic health records. *NPJ Digital Medicine*, 1(18), 1–10.
12. Ricci, F. (2002). Travel recommender systems. *IEEE Intelligent Systems*, 17(6), 55–61.
13. Sharipov, U. (2015). Uzbekistan's sanatoriums and health tourism: A resource-based perspective. *Central Asian Studies Review*, 10(2), 33–47.
14. Topol, E. J. (2019). High-performance medicine: The convergence of human and artificial intelligence. *Nature Medicine*, 25(1), 44–56.
15. Wang, Y., et al. (2024). Explainable AI for tourism recommendation systems: Enhancing user trust. *Tourism Management*, 82, 104–117.
16. Zhang, H., et al. (2022). Hybrid recommendation systems for wellness tourism in Asia. *Asia Pacific Journal of Tourism Research*, 27(3), 245–260.

ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ С ДРОБНЫМ ИНТЕГРАЛОМ

Т.Ю.Горская[1], А.Ф. Галимянов[2], Т.Д. Нгуен[3]
[1]Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Казань, Россия
[2]Казанский (Приволжский) федеральный университет» в городе Джизаке, Джизак, Республика Узбекистан
[3]Колледж промышленных технологий, г. Бакзанг, Вьетнам
gorskaya0304@mail.ru

Аннотация: Исследовано применение нейронных сетей для решения одного интегрального уравнения дробного порядка. Проведено обоснование применения метода наименьших квадратов для численного решения уравнения, построена вычислительная схема, использующая нейронные сети, параметры которой находятся методом наименьших квадратов, найдена оценка сходимости приближенных решений к точному.

Ключевые слова: численные методы; интегральные уравнения; уравнения дробного порядка; приближение функций; нейронные сети.

JUSTIFICATION OF USING NEURAL NETWORKS TO SOLVE EQUATIONS WITH FRACTIONAL INTEGRALS

Tatiana Gorskaya[1], Anis Galimyanov[2], Tien Nguyen[3]
[1]Kazan State University of Architecture and Civil Engineering, Kazan, Russia
[2]Kazan (Volga Region) Federal University in Jizak, Jizak, Republic of Uzbekistan
[3]College of Industrial Technology, Bac Bang, Vietnam
gorskaya0304@mail.ru

Annotation: The application of neural networks for solving one integral equation of fractional order is investigated. The application of the least squares method for the numerical solution of the equation is substantiated, a computational scheme using neural networks is constructed, the parameters of which are found by the least squares method, and the convergence of approximate solutions to the exact one is estimated.

Keywords: numerical methods, integral equations, fractional-order equations, function approximation, neural networks.

FRAKSIYONEL INTEGRAL BILAN TENGLAMALARNI ECHISH UCHUN NEYRON TARMOQLARDAN FOYDALANISHNI ASOSLASH

Tatiana Gorskaya[1], Anis Galimanov[2], Tien Nguyen[3]
[1]Kazan davlat arxitektura va qurilish universiteti, Qozon, Rossiya
[2]Jizzax shahridagi QFU, Jizzax, O‘zbekiston Respublikasi
[3] Sanoat texnologiyalari kolleji, Bakzang, Vetnam

Annotatsiya: Kasr tartibining bitta integral tenglamasini echish uchun neyron tarmoqlarining qo‘llanilishi o‘rganildi. Tenglamaning raqamli echimi uchun eng kichik kvadratlar usulini qo‘llash uchun asos yaratildi, parametrlari eng kichik kvadratlar usuli bo‘lgan neyron tarmoqlardan foydalangan holda hisoblash sxemasi qurildi, taxminiy echimlarning aniq echimlarga yaqinlashishini baholash topildi.

Kalit so‘zlar: raqamli usullar, integral tenglamalar, kasr tartibli tenglamalar, funktsiyalarni yaqinlashtirish, neyron tarmoqlar.

1.Введение. Актуальность исследования решения интегральных уравнений с дробным порядком интегрирования обусловлено приложением таких интегралов для ряда прикладных задач, к которым относятся задачи диффузии, механики [1], процессов со сдвигами, электромагнитных волн, экономики [2] и других научных областей [3, 4]. Для математических моделей процессов для вышеуказанных задач применяются операторы дифференциального и интегрального исчисления дробных степеней. Как правило такие уравнения точно не решаются и возникает необходимость использования аппарата численного решения, следовательно, для корректного применения того или иного приближенного метода следует обосновать его применение для конкретной задачи. А после построить вычислительную схему метода и реализовать ее. Кроме того, необходимо подобрать такой приближенный аппарат, который даст наилучшее приближение. Несмотря на существующие опубликованные научные исследования, проводимые по вопросам применения приближенных методов к интегральным и дифференциальным уравнениям, в том числе и с дробным порядком, (например, работы [7, 8]) и монографиях, например, [9], остаются открытыми вопросы применения приближенных методов к конкретным физическим процессам, таких как искусственный интеллект и многие другие, связанные с развитием цифровых технологий [10]. За последние годы наблюдается большой интерес к применению искусственных нейронных сетей для решения задач математической физики. Большой популярностью пользуется использование нейронных сетей для аппроксимации функций, аппроксимации интегралов, дробных производных и решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, например, в работе [11]. Существуют работы, в которых нейронные сети используются для решения дифференциальных уравнений дробного порядка [12, 13].

Таким образом, интерес применения искусственного интеллекта очевиден, остается лишь вопрос его обоснования для конкретных задач.

2. Материалы и методы. Для теоретического обоснования применения численного метода воспользуемся результатами из теории функций и приближений [9] запишем уравнение в операторном виде

$$K\varphi \equiv J_{a+}^{\alpha}\varphi + B\varphi = f, \ (\varphi \in X, \ f \in Y), \qquad (1)$$

где $(J_{a+}^{\alpha}\varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^{x-a}\varphi(x-t)t^{\alpha-1}dt, (\alpha > 0)$,– интеграл Грюнвальда-Летникова, оператор $B\varphi = \int_0^1 h(x,t)\varphi(t)dt$, $X = Y = L_2$,

Приближенное решение уравнения (1) будем искать как точное решение следующего уравнения, записанного в операторном виде:

$K_n\varphi_n = f_n,\ (\varphi_n \in X_n,\ \ f_n \in Y_n).$ (2)

Приближенное решение уравнения (1) ищем в виде разложения по полной системе базисных функций $\{e^{ikx}\}, k = \overline{-n,n}.$ Тогда приближенные решения примут вид:

$$\varphi_n(x) = \sum_{k=-n}^{n} \alpha_k e^{ikx}, \qquad (3)$$

Неизвестные коэффициенты разложения (3) согласно методу наименьших квадратов находятся из системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\sum_{k=-n}^{n} \alpha_k \left(Ke^{ikx}, Ke^{ijx}\right)_2 = (f, Ke^{ijx})_2,\ j = \overline{-n,n}. \qquad (4)$$

Здесь (,)$_2$ – скалярное произведение в пространстве $L_2[0,1]$.

Для уравнения (1) справедлива следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть для уравнения (1) выполнены следующие условия:*

1) $f(x) \in L_2[0,1]$, $h(x,t) \in L_2[0,1]^2$, *кроме того весовая функция* $h(x,t)$ *такая, что оператор* $B: X \to X$ *вполне непрерывен, где X – пространство L_2;*

2) уравнение (1) имеет решение $\varphi^*(x) \in L_2[0,1]$ *при данной правой части* $f(x) \in L_2[0,1]$;

3) уравнение $K\varphi = 0$ *имеет в пространстве* $L_2[0,1]$ *только тривиальное решение.*

Тогда для любых натуральных n система (4) имеет единственное решение $\alpha_k^*,\ k = \overline{-n,n}$ *и приближенные решения (3) сходятся к точному решению с точки зрения стремления невязки к нулю при неограниченном увеличении n, то есть,* $r_n \equiv f - K\varphi_n \to 0, n \to \infty$ *и*

$$\|r_n\|_2 \le E_n(y)_2 \le \|K\|_2 E_n^{\tau}(\varphi^*)_2 \qquad (5)$$

$$E_n(y)_2 = \left\|f - f_n^0\right\|_2, \quad f_n^0 = \sum_{k=-n}^{n} \alpha_k^*\left(Ke^{ikx}\right).$$

3. Результаты. Для иллюстрации приближенного метода рассмотрим уравнение

$$(J_{1+}^{\frac{1}{2}}\varphi)(x) + \int_0^1 h(x,t)\varphi(t)dt = \frac{2\sqrt{x-1}}{\sqrt{\pi}} + e^x + \frac{1}{2}, \qquad (5)$$

$$где\ h(x,t) = e^x + t.$$

Для представленного уравнения (5), частного случая уравнения (1), приближенное решение будем искать с помощью нейронных сетей, для применения которых необходимо теоретически обосновать применение метода наименьших квадратов, которое используется для нахождения коэффициентов у приближенных решений.

Обозначим через $y_N(x,\Omega)$ – приближенное решение, определяемое нейронной сетью с прямой связью с настраиваемыми параметрами Ω (весами и смещением). Нейронная сеть с одним входом и одним выходом, где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - переменная $y_N(x,\Omega)$. Итак, уравнение (1) заменим на уравнение:

$$K_N\varphi_i \equiv \left(J_{a+}^{\alpha}y_N(x,\Omega)\right) + y_N(x,\Omega) = f(x_i). \qquad (6)$$

Решение уравнения (1) можно преобразовать в следующую задачу минимизации суммы квадратов ошибок (SSE) по отношению к параметрам сети (w и b):

$$min_{w,\,b}\sum_{i}\left\{\left(J_{a+}^{\alpha}y_N(x_i,\Omega)\right)+y_N(x_i,\Omega)-f(x_i)\right\}^2 \qquad (7)$$

Параметры нейронной сети находятся с использованием приведенной выше задачи минимизации (7). Мы рассматриваем нейронную сеть типа SISO (один вход, один выход) со скрытым слоем, состоящим из m нейронов, подробное описание нейронной сети в этом разделе можно построить следующим образом:

единица входного слоя:

$\sigma_1^1 = x = (x_1, x_2, \dots, x_n).$

единицы скрытого слоя:

$\sigma_i^2 = \varphi(net_i),$

$net_i = \omega_i^1 * x + b_i,$

где символ φ представляет функцию активации, здесь мы используем Тан-сигмовидную функцию активации

$$\boldsymbol{\varphi(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}}$$

$$NN(x)=\sum_{i=1}^{n}\omega_i^2\sigma_i^2=\sum_{i=1}^{n}\left(\omega_i^2*\varphi\left(\omega_i^1*x+b_i\right)\right) \qquad (8)$$

Именно такую модель нейронной сети мы предлагаем для решения поставленное задачи. Необходимо отметить, что после внесения некоторых небольших изменений в эту сетевую модель она становится эффективным инструментом моделирования подобных задач.

Для оптимизации функции ошибки (7) используется метод L - BFGS. После этапа оптимизации получаются оптимальные значения весов, поэтому при замене оптимальных параметров w^*, b^* в уравнении (6) точное решение $y_N(x,\Omega)$ будет приближенным решением интегрального уравнения (1).

Для уравнения (6) справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть в уравнении (6)* $x \in l_2,\ y_N(x,\Omega) \in l_2, \|y_N\|_{l_2} < \infty,\ f(x_i) \in l_2,$ *кроме того, уравнение (6) имеет решение* $y_N(x,\Omega) \in l_2$ *при данной правой части* $f(x_i) \in l_2$, *а при нулевой правой части имеет только тривиальное решение. Тогда для любых натуральных N задача (7) имеет единственное решение* $y_N(x,\Omega)$, *которые сходятся к точному решению уравнения (1) в пространстве* l_2.

Для уравнения (6) написана программа на Python, нейронную сеть (ИНС) обучаем для десяти равноудаленных точек в отрезке [1, 2] с пятью скрытыми узлами. Сравнивая аналитическое решения уравнения (6), $\varphi(x) = 1,$ с приближенными решениями, полученными ИНС, можно утверждать, что функция ошибки, коэффициенты которой находятся методом наименьших квадратов, обоснованным выше, удовлетворяют следующей оценкой:

$$min_{w,\,b}\sum_i\left\{\left(J_{a+}^{\alpha}y_N(x_i,\Omega)\right)+y_N(x_i,\Omega)-f(x_i)\right\}^2=O(0.0001).$$

4. Обсуждение и выводы. В работе впервые теоретически обосновано применение нейронных сетей для решения интегро-дифференциальных уравнений, обоснование которого осуществлялось по методологии, предложенной Б.Г. Габдулхаевым [7]. В дальнейшем авторы продолжат работу, связанную с применением искусственного интеллекта к решению задач аппроксимации с теоретическим обоснованием применения численных методов.

Список литературы

1. Hilfer, R. Applications of fractional calculus in physics / R. Hilfer. - World scientifc, 2000. – Pp. 472.

2. Chen, W. -C. Nonlinear dynamics and chaos in a fractional-order financial system / W. C. Chen // Chaos, Solitons & Fractals. - 2008. - Vol. 36, no. 5. - Pp. 1305-1314.

3. Bagley, R. L. On the appearence of the fractional derivative in the behavior of real materials / R. L. Bagley, P. J. Torvik // J. Appl. Mech., vol. 51. - 1984.

4. 31. Baleanu, D. Fractional calculus: models and numerical methods / D. Baleanu // World Scientific. - 2012. - T. 3.

5. Piscopo, M. L. Solving differential equations with neural networks: Applications to the calculation of cosmological phase transitions / M. L. Piscopo, M. Spannowsky, P. Waite // Physical Review D. - 2019. - Vol. 100, no. 1. - P. 016002.

6. Nguyen, T. D. Numerical method for solving Fredholm and Volterra integral equations using artificial neural networks / T. D. Nguyen, I. Z. Akhmetov, A. F. Galimyanov // Chebyshevskii sbornik. - 2024, Vol. 25, No. 5, Pp. 2-14.

7. Габдулхаев Б.Г. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода. -Казань: Изд-во Казанск. Ун-та. – 1994. 288 с.

8. Огородников, Е. Математические модели нелинейной вязкоупругости с операторами дробного интегро-дифференцирования / Е. Огородников, В. Радченко, Л. Унгарова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. - 2018. - №. 2. - С. 147-161.

9. Unal, E. Solution of conformable fractional ordinary differential equations via differential transform method / E. Unal, A. Gokdogan // Optik. - 2017. - Vol. 128. - Pp. 264-273.

10. Allahviranloo, T. An application of artificial neural networks for solving fractional higher-order linear integro-differential equations / T. Allahviranloo, et al //Boundary Value Problems. - 2023. - T. 2023. - №. 1. - C. 1-14.

11. Gao, F. Solving fractional differential equations by using triangle neural network / F. Gao, Y. Dong, C. Chi // Journal of Function Spaces. - 2021. - Vol. 2021. - Pp. 1-7.

EXPLAINABLE MULTIMODAL AI IN CARDIOVASCULAR DISEASE PREDICTION

Umme Sania
Assistant professor, Sambhram University, Jizzakh, Uzbekistan
Usania90@gmail.com
Alishev Sherkuzi
PhD, Head of Department, Sambhram University, Jizzakh, Uzbekistan
sheralishev1985@gmail.com

Abstract: Cardiovascular disease (CVD) is the leading global cause of mortality, and prediction is difficult in resource-limited settings. Traditional models like SCORE2 and Framingham use limited variables and offer low interpretability. We propose an Explainable Multimodal AI (EMAI) framework combining echocardiography images, ECG waveforms, and clinical data. Modality-specific encoders and a fusion transformer learn cross-modality interactions for improved prediction. Explainability is provided through SHAP for feature attribution, Grad-CAM for echo visualization, and temporal saliency for ECG interpretation. Preliminary results show higher accuracy than single-modality models. The framework enhances clinical trust and supports patient-specific cardiac risk assessment.

Keywords: explainable AI, Multimodal Deep Learning, Cardiovascular Disease, Risk Prediction, Clinical Decision Support.

1. Introduction. Cardiovascular conditions develop gradually and often remain undetected until significant structural or functional impairment has occurred. In routine clinical practice, risk assessment relies on a combination of imaging interpretation, physiological monitoring, and patient history, each offering only a partial view of the underlying cardiac status. Clinicians therefore synthesize information from multiple sources such as echocardiography, electrocardiography (ECG), and biochemical profiles to form a diagnostic judgment. However, this process is highly dependent on clinical experience, can vary across practitioners, and becomes increasingly challenging in settings with limited specialist availability.

Artificial intelligence (AI) approaches have shown promise in supporting cardiovascular evaluation by automating pattern recognition and detecting subtle abnormalities not easily visible to the human eye. For example, deep learning has enabled precise estimation of ventricular function from echocardiographic sequences and the detection of structural dysfunction from ECG waveform features alone. Despite these advances, most AI systems operate as black boxes, providing predictions without revealing the rationale behind them. In a clinical context where decisions influence treatment initiation, medication management, and surgical referrals the absence of interpretability can limit trust and prevent clinical adoption.

Furthermore, a substantial portion of existing AI models rely on single data modalities, whereas cardiac decision-making is inherently multimodal. A model that interprets only an ECG or only an echocardiogram may overlook critical contextual factors such as comorbidities, medication effects, or underlying metabolic risk. Integrating multiple data types within a single predictive framework has the